DOSSIER

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Prácticas Docentes de Calidad

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Convenio Desempeño Formación Inicial de Profesores

UNIVERSIDAD DE TARAPACÁ
Universidad de Verdad

Convenio de DESEMPEÑO UNIVERSIDAD DE TARAPACÁ

Comisión Nacional de Acreditación CNA-Chile

5 Años UNIVERSIDAD ACREDITADA

CONVENIO DE DESEMPEÑO UTA1309

“Educación de Calidad para Tod@s:
Un compromiso con la formación inicial de profesores
de la Universidad de Tarapacá”

Coordinación General Objetivo Específico N°3

1° Edición, Octubre de 2015
Registro de Propiedad Intelectual: 259014
ISBN: 978-956-7021-52-9

ISBN: 978-956-7021-52-9
9 789567 021529

INDICE

INTRODUCCIÓN

Estimados colegas profesores y profesoras del sistema educacional de la Región de Arica y Parinacota, en el marco del Convenio de Desempeño "Educación de calidad para tod@s: Un compromiso con la formación inicial de profesores de la Universidad de Tarapacá" (CD FIP), les damos una cordial bienvenida a la primera edición de dossiers correspondientes a la Serie de Seminarios Prácticas Docentes de Calidad.

Es importante señalar que el objetivo general del CD FIP de la UTA es formar profesores de excelencia, con competencias profesionales de alto nivel que les permita ser agentes de cambio en el sistema escolar de la Región de Arica y Parinacota, con énfasis en establecimientos de entornos vulnerables.

La serie de seminarios mencionada anteriormente está explicita y deliberadamente asociada a la didáctica en el aula y su propósito último es relevar las buenas prácticas docentes de los profesores de unidades educativas vinculadas al proyecto.

Basado en el seminario que se realizó el sábado 6 de junio de 2015, el presente número refiere a la "Didáctica de la Matemática". En su interior se presenta un artículo del relator experto Dr. Jordi Deulofeu, Didactólogo de la Matemática de la Universidad Autónoma de Barcelona y seis innovadoras experiencias pedagógicas que profesor@s de la especialidad han querido compartir con la comunidad docente.

A medida que se realicen los seminarios Prácticas Docentes de Calidad, el número de dossiers incrementará pues se ha planificado la publicación de uno de ellos por seminario. Otros seminarios programados para el segundo semestre del presente año refieren a la Didáctica de las Ciencias Sociales, Geografía e Historia, Inglés y las Ciencias Básicas, que incluyen las especialidades de Biología, Química y Física.

Tenemos convicción sobre la importancia de fortalecer la colectividad de profesores y profesoras de la región, así como también vincular el quehacer universitario con los establecimientos educacionales, afianzando los lazos de mutua colaboración. Con ustedes, profesores del sistema escolar, deseamos formar comunidad de aprendizaje.

Queridos docentes, sean todos ustedes bienvenidos a leer y disfrutar de este documento que con el equipo de gestión hemos preparado con afecto para ustedes.

Dr. Carlos Leiva Sajuria
Vicerrector Académico
Director Convenio de Desempeño Formación Inicial de Profesores (CDFIP - 1309)
Universidad de Tarapacá

¿ES POSIBLE ENSEÑAR A RESOLVER PROBLEMAS? REFLEXIONES Y ESTRATEGIAS PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

JORDI DEULOFEU

Universidad Autónoma de Barcelona, España, Junio 2015

It is better to solve one problem in five different ways than to solve five problems in one way. George Polya (1887 – 1985)

Sobre las matemáticas y la resolución de problemas

¿En qué consisten realmente las matemáticas? ¿En axiomas, como el postulado de las paralelas? ¿En teoremas, como el teorema fundamental del álgebra? ¿En conceptos, en definiciones, en teorías, en fórmulas, en métodos?.... La matemática seguramente no existiría sin todos estos ingredientes, todos son esenciales, pero ninguno de ellos es el corazón de la disciplina, puesto que la principal razón de existir de un matemático es resolver problemas y por lo tanto, en lo que realmente consiste la matemática es en [plantear] problemas y [encontrar sus] soluciones" (P. Halmos, 1980, p.519)

Sobre la educación matemática y la resolución de problemas

Algunas cuestiones fundamentales sobre la importancia de la resolución de problemas en la educación matemática:

- ¿Por qué la resolución de problemas tendría que ser el núcleo de la enseñanza de las matemáticas?
- ¿Qué problemas son adecuados en las diferentes etapas?
- ¿Cómo hay que plantear y gestionar las actividades centradas en la resolución de problemas?
- ¿Qué actitud hay que favorecer en relación con esta actividad?
- En definitiva, ¿qué problemas constituyen buenas actividades de aprendizaje? Y ¿cómo gestionar la clase para ayudar a los alumnos para que aprendan a resolver problemas?

Objetivos de la resolución de problemas en el aula de matemáticas

1. Ayudar a los alumnos a progresar en su autonomía a través de problemas que les lleven a tomar decisiones, a comprender las informaciones que reciben, a ser creativos y también críticos con aquello que se les presenta y con aquello que hacen.
2. Desarrollar múltiples competencias (pensar, razonar, modelizar, utilizar técnicas, comunicar, argumentar, ...) y contribuir a la construcción del conocimiento propio.
3. Mostrar lo que son las matemáticas y crear interés por ella, como parte importante del conocimiento generado por la humanidad, relevante tanto por él mismo como por sus aplicaciones.
4. Dar sentido al hecho de plantearse problemas y al reto que supone tratar de resolverlos.

Los problemas como actividades de aprendizaje de las matemáticas.

Cuando proponemos un problema en el aula, que queremos que los alumnos desarrollen las siguientes actividades:

1. Comprender el problema, traducirlo a un lenguaje adecuado y usar modelos pertinentes que posibiliten su resolución.
2. Utilizar conceptos, herramientas y estrategias pertinentes.
3. Mantener una actitud de investigación ante un problema, ensayando estrategias diversas.
4. Generar preguntas y plantear problemas.

Para ello hay que generar un ambiente de resolución de problemas en la clase proponiendo retos y ayudando a resolverlos mediante preguntas adecuadas (Paulo Abrantes).

Tenemos un problema cuando se nos plantea una tarea, que incluye una o varias preguntas, que queremos resolver y para la cual no tenemos una respuesta automática / inmediata. Una tarea puede ser un problema para un alumno y no serlo para otro (carácter subjetivo / no absoluto). Los problemas estándar: enunciado verbal, sólo los datos necesarios, cerrados, solución y método único, son sólo un pequeña parte de los problemas, y muchas veces no son auténticos problemas porqué los alumnos los resuelven por clasificación.

El carácter de interrogación que propone el problema es importante porqué lleva a: experimentar, planificar, tomar decisiones, aplicar conceptos y técnicas, conjeturar, generalizar, argumentar / demostrar, comunicar; es decir a desarrollar las competencias matemáticas.

Cuando presentamos un problema para la clase, hay que tener en cuenta muchos aspectos distintos, todos ellos relevantes:

1. El contexto del problema (o de la situación)
2. La formulación y la presentación del problema
3. El tipo de problema (construcción / prueba)
4. Las posibilidades de generalización (campo de problemas)
5. Los conceptos y/o técnicas curriculares involucrados
6. Las heurísticas que pone (o puede poner) en juego

La resolución de problemas y el desarrollo de competencias

En el curriculum de Cataluña (2007) podemos leer: "La **competencia matemática** debe adquirirse a partir de **contextos** que tengan sentido, **tanto para el alumnado como para el conocimiento matemático** que se quiere desarrollar. **Aprender con significado** es fundamental para capacitar al alumnado en el uso de todo lo que aprende y para capacitarlo a continuar aprendiendo de manera autónoma a lo largo de la vida. Para esto, es necesario **proporcionar,** en todas las clases de matemáticas, **oportunidades** para que el alumnado **aprenda a pensar y razonar matemáticamente**, proponiendo actividades de aprendizaje donde la **resolución de problemas**, en un sentido amplio, sea el núcleo de la enseñanza".

El desarrollo de competencias implica adoptar una metodología determinada, tanto en la planificación y el diseño de actividades de aprendizaje como, especialmente, en la gestión del aula y en la evaluación. El trabajo relacionado con los contenidos (de todo tipo) sigue siendo relevante, pero si queremos que los alumnos sean capaces de utilizar los contenidos aprendidos en contextos diferentes es necesario que les proporcionamos oportunidades para hacerlo en el trabajo cotidiano en el aula.

Es necesario cambiar el camino tradicional, que consiste en: Empezar por enseñar conceptos y técnicas primero y luego plantear problemas para aplicar los conocimientos supuestamente adquiridos, por un nuevo camino: Utilizar los problemas para hacer emerger la necesidad de nuevos conceptos y técnicas (hay problemas especialmente adecuados para ello). Un buen camino puede lograr esto puede ser: Seleccionar problemas adecuados, y proponer su resolución; proporcionar ayudas en caso de bloqueo (siempre mediante preguntas); mostrar los conceptos y técnicas involucrados en la resolución; establecer relaciones entre las estrategias de resolución informal de los alumnos y las formales de las matemáticas, mostrando la potencia, la validez y el posible nivel de generalización de cada una de ellas.

Reflexiones finales

Hay dos puntos clave que atañen a la planificación de la enseñanza y a la gestión de la misma. En relación con el diseño de tareas, los problemas propuestos deben proporcionar oportunidades de aprendizaje reales. El trabajo con problemas en el aula debería proporcionar oportunidades para:

1. Ayudar a construir los conceptos más relevantes, las relaciones entre dichos conceptos y las distintas formas de representación de los mismos.

2. Desarrollar y aplicar los procedimientos y las técnicas propios de las matemáticas.

3. Utilizar las heurísticas, tanto las de carácter general, que difícilmente pueden enseñarse de manera explícita, como las herramientas heurísticas específicas que pueden ser objeto de enseñanza.

Los problemas deberían ser la fuente principal para la elaboración de actividades de aula. Determinar qué es un "buen" problema, como actividad de aprendizaje es difícil, pero algunas características que debería cumplir son:

1. Que permita experimentar y/o construir y/o argumentar
2. Que admita diferentes niveles de resolución
3. Que se pueda enmarcar en una situación más amplia
4. Que posibilite la discusión y la reelaboración
5. Que se relacione con conceptos del currículo.

Muchas de estas características dependen no sólo del problema, sino de su formulación como actividad matemática para el aula.

En cuanto a la gestión de la clase, la actitud del profesor debe ser la de crear un ambiente de resolución de problemas (de interrogación, de discusión, de colaboración) y proporcionar las ayudas necesarias para que los alumnos puedan avanzar en su proceso de resolución.

Son posibles y deseables distintas organizaciones, que van del trabajo individual a las discusiones con el grupo clase, pasando por el trabajo en parejas y en pequeños grupos. Cada una de estas formas de trabajo aporta elementos importantes y a menudo complementarios, desde el fomento de la autonomía y la toma de decisiones fundamentadas, hasta la incentivación de las distintas interacciones que promueven la argumentación y la comunicación y, en definitiva, la construcción de conocimiento.

Nuestro papel como profesores de matemáticas en los distintos niveles, sigue siendo fundamental: seleccionando y secuenciando las actividades, gestionándolas, ayudando al alumnado en su trabajo y evaluando todo el proceso. Sin embargo, es necesaria una condición: que nosotros también nos planteemos y resolvamos problemas, además de dar oportunidades a nuestros alumnos para hacerlo.

Polya expresó de manera clara y contundente el papel del profesor: "Un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica el tiempo a ejercitar a sus alumnos con operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si pone a prueba la curiosidad de sus alumnos, planteándoles problemas adecuados y les ayuda a resolverlos con preguntas estimulantes, podrá despertar el gusto por el pensamiento independiente, además de proporcionarles ciertos recursos".

Algunos documentos clave en la didáctica de la resolución de problemas

- 1945: Polya, G. *How to solve it* (Cómo plantear y resolver problemas).
- 1962-1965: Polya, G. *Mathematical Discovery. 2 vols.*
-

- 1980: NCTM. *An agenda for action.* Influencia en toda la década de los 80.
- 1992: Scohenfeld. *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics.*
- 2000: NCTM. *Principles and Standards for School Mathematics*. (versión española de 2004).
- 1999-2012: Niss, M. *The Danish KOM Project*.
- 2005/2015: Los currícula de matemáticas introducen el trabajo por competencias, en los cuales la resolución de problemas está presente como una subcompetencia fundamental y en algún caso, organizadora.

ANEXO: TALLER DE RESOLUCION DE PROBLEMAS: Conjeturar, Generalizar, Probar.

1.Contexto lúdico: pequeños juegos de estrategia para el aula de matemáticas

PROBLEMA N°|1 (juego para 2 jugadores). Ponemos 14 fichas sobre la mesa. A su turno cada jugador retira 1 o 2 fichas. El que retira la última ficha gana el juego. ¿Quien tiene ventaja, el primer jugador o el segundo? ¿Cómo hay que jugar para ganar siempre?

PROBLEMA N°|2 (juego para 2 jugadores). En un tablero formado por una línea de 9 casillas cuadradas, situamos 9 fichas (una en cada casilla). A su turno, cada jugador retira 1 o 2 fichas, pero sólo puede retirar 2 si estas están juntas (están en casillas vecinas). El que retira la última ficha gana el juego. ¿Quien tiene ventaja, el primer jugador o el segundo? ¿Cómo hay que jugar para ganar siempre?

PROBLEMA N°|3 (juego para 2 jugadores). En un tablero formado por un círculo y 9 casillas a su alrededor, ponemos una ficha en cada casilla. A su turno, cada jugador retira 1 o 2 fichas, pero sólo puede retirar 2 si estas están juntas (están en casillas vecinas). El que retira la última gana el juego. ¿Quien tiene ventaja, el primer jugador o el segundo? ¿Cómo hay que jugar para ganar siempre?

1. **Contexto numérico: sobre sumas de números naturales consecutivos**

PROBLEMA N°4. ¿Qué números naturales se obtienen cuando sumamos dos o más impares consecutivos, empezando por 1? ¿Y si empezamos por un impar cualquiera?

PROBLEMA N°5. ¿Qué números naturales se pueden expresar como suma de dos o más números naturales consecutivos, empezando por 1? ¿Y si empezamos por un número cualquiera?

2. **Contexto geométrico: problemas para trabajar la equivalencia de áreas**

PROBLEMA N°|6. En una malla cuadrada de 3x3, dibujamos triángulos diferentes tomando como vértices 3 puntos de la malla. A) Hallar todos los triángulos posibles. B) Ordenarlos de mayor a menor área. C) Ordenarlos de mayor a menor perímetro.

PROBLEMA N° 7. Dibujamos un trapecio cualquiera y sus diagonales. Consideramos los dos triángulos opuestos formados por los lados oblicuos del trapecio. ¿Estos dos triángulos tienen igual área? ¿Sabrías demostrarlo?

PROBLEMA N° 8. En un rectángulo dibujamos un punto interior y unimos este punto con los vértices del rectángulo, obteniendo cuatro triángulos. Si sumamos las áreas de dos triángulos opuestos per el vértice y también las áreas de los otros dos triángulos (también opuestos), ¿qué puedes decir de las dos áreas obtenidas? Demuestra que tu conjetura es válida, sea cual sea el punto interior.

PROBLEMA N° 9. Tenemos tres pizzas cuadradas, las tres de distinto tamaño pero de igual grosor, para repartir entre dos personas. Se decide que uno se quedará con la mayor y el otro con las otras dos. ¿Cómo podemos saber quien comerá más pizza? ¿Podrías saber si el área de la mayor es igual a la suma de las otras dos, si no puedes medir los lados de las pizzas?

3. Contexto funcional: problemas de generalización

PROBLEMA N° 10. En una circunferencia marcamos 8 puntos. Si dibujamos todos los segmentos posibles uniendo dos de los puntos, de manera que no haya nunca dos segmentos que se corten, ¿cuántos segmentos podremos trazar? ¿Si en lugar de 8 puntos tenemos 100, cuantos segmentos podremos dibujar? ¿I si tenemos n puntos?

PROBLEMA N° 11. Hemos dibujado una circunferencia y marcado unos cuantos puntos sobre ella. Después hemos dibujado todos los segmentos posibles uniendo los puntos y hemos obtenido 190 segmentos. ¿Cuántos puntos habíamos dibujado en la circunferencia? Si en lugar de 190, la cantidad de segmentos fuera otro número, ¿qué tendríamos que hacer para hallar el número de puntos marcados?

PROBLEMA N° 12. Una recta divide el plano en dos regiones; dos rectas determinan como mínimo 3 regiones y como máximo 4. Con 3 rectas podemos obtener entre 4 y 7 regiones. ¿Cuál es el número mínimo y el número máximo de regiones que podemos obtener al dibujar 100 rectas? ¿Y si el número de rectas es n?

CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS 3D A PARTIR DE UNA RED GEOMÉTRICA EN UNA CLASE DE MATEMÁTICA DE TERCERO BÁSICO EN EL COLEGIO SAN MARCOS DE ARICA

ADRIANA GONZÁLEZ GONZÁLEZ

Colegio San Marcos de Arica - Tercer Año Básico

Resumen

La presente experiencia pedagógica y didáctica, se desarrolla sobre la base de una unidad programática del Programa de Estudio de Tercero Básico de la asignatura de Matemática del Colegio San Marcos de Arica, durante el mes de septiembre de 2014. La metodología utilizada fue constructivista mediante la cual los estudiantes aplicaron de manera concreta conocimientos del área en la creación de figuras 3D a partir de una red geométrica. Los principales resultados se encuentran en el ámbito de la relación de redes y objetos del entorno con figuras 3D, identificando los vértices y aristas en cada objeto analizado. En cuanto al desarrollo de habilidades sociales, los estudiantes presentan actitudes favorables hacia el trabajo colaborativo, destacándose principalmente el escuchar con atención la presentación de los resultados de cada grupo.

Introducción

La realización de este trabajo se encuentra en el marco de la elaboración del Portafolio para la Asignación de la Excelencia Pedagógica (AEP). El trabajo fue evaluado en la categoría destacado, primer nivel, siendo el único del año 2014 que quedó en esa categoría en relación con sus pares.

La Unidad programática presentada trata de la construcción de figuras 3D a partir de una red geométrica en la cual es importante que los estudiantes pasen del conocimiento de figuras 2D a 3D, utilizando material concreto para relacionarlo con objetos del entorno identificando sus diferentes vistas.

En cuanto al grupo curso, los estudiantes pertenecen a una institución particular- subvencionada que les permite tener acceso a recursos tales como Internet, proyector en cada sala de clases, materiales concretos, útiles y textos que apoyan y facilitan sus aprendizajes. También cuentan con una infraestructura amplia e iluminada, ventilada y con mobiliario adecuado, limpio y en buen estado, lo que favorece el desarrollo de un ambiente grato de aprendizaje. Cabe destacar que la institución es de índole católica por lo que constantemente se hace hincapié a los valores y normas de sana convivencia que les permite a los estudiantes relacionarse de manera cordial y respetuosa que favorece el clima de convivencia dentro y fuera del aula.

Los estudiantes del Tercero Básico A año 2014 se caracterizan por ser inquietos, curiosos, interactivos, visuales, en su mayoría con gran capacidad de comunicación y participación. Por tal razón, la actividad fue diseñada considerando aspectos como la opinión y comentario en cada uno de los momentos al contrastar y comparar ideas y resultados. Se trabajó con material concreto que permitió a los estudiantes implicados explorar, manipular y apoyar específicamente a los que presentan mayor dificultad en el proceso de abstracción del contenido. También se utilizó material gráfico que permitió a los participantes autoevaluar sus resultados favoreciendo su autonomía. La presentación de conceptos se desarrolla por medio del recurso tecnológico PPT, que audiovisualmente favorece la internalización de los aprendizajes al captar de manera satisfactoria su atención. La actividad gira en torno del trabajo en equipo para fortalecer la acción de todos los estudiantes, y potenciar el aprendizaje colaborativo y participativo, reforzando aún más los objetivos transversales.

En cuanto al contexto sociocultural, los estudiantes son hijos de padres profesionales en su mayoría con estudios de Educación Superior, por lo que cuentan con bagaje cultural diverso. Son hijos de familias que tienen acceso a tecnología, hecho que se refleja en su perfil como estudiante. En su mayoría pertenecen a familias bien constituidas, por lo que cuentan con apoyo afectivo y presencia del padre y la madre en el hogar lo que se aprecia en el desarrollo de los niños y la apertura de éstos hacia el logro de sus aprendizajes.

Experiencia Didáctica

La experiencia didáctica se centra en la construcción y manipulación de material concreto que permite a los estudiantes ser parte activa del proceso visualizando desde la práctica los conceptos matemáticos, aplicados durante la unidad.

La metodología utilizada en la clase SE fundamentada en el método constructivista ya que el proceso de aprendizaje se da en los estudiantes de forma dinámica, participativa e interactiva, permitiendo que construyan sus aprendizajes a partir de los conocimientos previos. El rol del docente al implementar la metodología es la de un facilitador que entrega las herramientas necesarias para que los estudiantes logren construir aprendizajes a través de sus experiencias, considerando diversos factores tales como; contexto escolar, aula, motivación e intereses, todos factores que se consideraron al planificar la unidad y que se encuentran insertos en la clase analizada.

La metodología utilizada en relación con los objetivos planteados resulta adecuada ya que promueve la autonomía de los estudiantes, genera procesos de interacción y propicia el desarrollo de estrategias de pensamiento. Además, esta metodología considera el estadio de desarrollo en que se encuentran los estudiantes, proporciona un ambiente de reflexión a través de la experiencia y se desarrolla de manera colaborativa, aportando todos al conocimiento matemático.

Uno de los recursos de aprendizaje lo constituye una guía, medio impreso que permite el desarrollo de diversas actividades dirigidas hacia el logro del objetivo de manera gradual. Las actividades además se encuentran enfocadas al desarrollo de habilidades cognitivas tales como: relacionar e identificar a través de otras habilidades básicas adecuadas a su etapa evolutiva[1] como por ejemplo dibujar, observar, describir, etc.

La guía es una herramienta de apoyo para afianzar los aprendizajes establecidos en los objetivos de las actividades planteadas, ya que permite a los estudiantes reforzar o mejorar los aprendizajes en el hogar. Es colaborativa porque favorece la interacción entre los estudiantes al comparar o contrastar sus respuestas. Por último, este recurso cumple un rol evaluativo, porque permite pesquisar los aprendizajes débiles, retroalimentando a los estudiantes que presentan dificultades en el logro del o los objetivos planteados, aplicando de esta forma, estrategias remediales durante el proceso.

La secuencia de actividades contribuye satisfactoriamente al logro de los objetivos, porque los estudiantes retroalimentan los conocimientos anteriormente vistos y logran recordar lo que son las vistas, tipos de vistas que se obtienen de una figura 3D, como se clasifican las figuras y la diferencia entre una figura 2D y 3D. También esta organización prepara a los participantes para relacionar los contenidos con los nuevos conceptos, ya que al identificar aristas y vértices también lo hacen con otras propiedades como sus nombres, clasificación, forma de sus caras y redes, resultando más significativos para ellos.

Esta secuencia de actividades también se logra que los estudiantes puedan afianzar los conceptos nuevos llevándolos a la práctica en la cual lograron construir una figura 3D que sirve para que logren de manera concreta identificar sus propiedades, completar la guía y exponer sus resultados de manera correcta.

Por último, la organización de los tiempos y etapas permite dar espacio para autoevaluar de manera oral los conceptos y actitudes aprendidas que favorecieron sus aprendizajes durante el desarrollo de la unidad.

---

[1] *Según Piaget los estudiantes de esta etapa se encuentran en el estadio Concreto -Operacional*

Entre las estrategias para la convivencia en el aula que favorecen el aprendizaje en los estudiantes de este curso, podemos señalar las siguientes: escuchar con respeto, levantar la mano para opinar, guardar silencio.

Entre las estrategias utilizadas en este ámbito, se pueden destacar las siguientes:

1. Repetir nuevamente los conceptos o la última frase cuando alguien no está atento a lo que se dice;

2. Nombrar al alumno(a) que está distraído o cuando habla el docente para que preste atención, situación que se aprecia cuando nombro a Sebastián, Belén, Benjamín, entre otros.
3. Generar un clima de respeto cuando un compañero(a) da su opinión y otro no lo está escuchando, preguntándole o haciéndole repetir lo que dijo su compañero(a), situación que se observa cuando le hago repetir a Francisca lo que dijo su compañero.
4. Orientar a los estudiantes para que reconozcan siempre las actitudes realizadas por ellos mismos haciendo que las mencionen al cierre de cada clase de modo que las identifiquen como una herramienta más que favorece el logro de los objetivos.

Conclusiones

Algunas de las decisiones principales que favorecieron el logro de los aprendizajes de la unidad son:

1. Retroalimentar clase a clase los contenidos tratados, durante toda la unidad.
2. Evaluar los diferentes momentos de cada clase planificada.
3. Reorientar LA planificación en función de la información recogida en los instrumentos de evaluación.
4. Al considerar espacios para la retroalimentación el docente puede permitir que los estudiantes construyeran los aprendizajes desde los más simples a los más complejos, pues resultan más significativos para ellos, de modo que desarrollan la comprensión de los contenidos. Este último hecho además, favorece el logro de los objetivos planteados en cada clase y por ende lograr los objetivos de la unidad.
5. Al considerar instrumentos de evaluación durante el proceso, tanto en el inicio como en el desarrollo y cierre de cada clase el docente puede recoger información relevante sobre su quehacer pedagógico para que realice adecuaciones a necesidades áulicas en relación con cómo se van presentando los aprendizajes de los estudiantes y poder así tomar medidas a tiempo para retroalimentar los aprendizajes más débiles.

6. Finalmente, el decidir reorientar la planificación permite que los estudiantes en su totalidad comprendan los contenidos de la unidad, obteniendo buenos resultados en la evaluación, comprobando, que el considerar dos clases más, resultó favorable para el aprendizaje de los estudiantes.

En cuanto a las acciones que dificultaron el logro de los aprendizajes:

Se solicita a todos los estudiantes que trajeran una caja de fósforo para desarmarla y ver su red. Esta acción impidió que los estudiantes identificaran las diversas formas de redes que se pueden obtener de diversas figuras 3D, ya que al solicitarles sólo una forma en específico, se limitó la exploración de otras formas y tamaños.

En la actividad destinada a monitorear la comprensión de los conceptos vértices y aristas presentados (clase N°3), se seleccionó sólo a algunos estudiantes para que identificaran los conceptos en las figuras 3D. En este caso la estrategia seleccionada me permitió verificar sólo la comprensión en algunos estudiantes y no la del grupo curso en general.

En relación con el punto anterior, la actividad práctica grupal relacionada a los conceptos antes señalados, los estudiantes trabajaron de manera colaborativa. La actividad grupal enfocada hacia este aprendizaje tampoco permitió conocer si todos los estudiantes de manera individual habían comprendido bien los conceptos por ser una actividad colaborativa.

En cuanto a los aprendizajes logrados por los estudiantes fueron satisfactorios:

1. Relacionar figuras 2D y figuras 3D e identificar sus nombres.
2. Identificar figuras 2D a partir de distintas vistas.
3. Relacionar redes y objetos del entorno con figuras 3D.

Los aprendizajes no logrados se presentaron en:

Identificación de propiedades tales como número de aristas y vértices.

USO DE MATERIAL CONCRETO EN LA ENSEÑANZA DE LA SUMA CON RESERVA

MÓNICA ROJAS MALDONADO

Colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez - Tercero Básico

Resumen

Esta experiencia de aula con estudiantes de Tercero Básico apunta a la enseñanza de la adición de números, aplicando los algoritmos con reserva.

Para esta actividad se aplicó el modelo COPISI, es decir, los estudiantes manipularon material concreto, hasta llegar al símbolo. Se utilizó material concreto confeccionado por la profesora que reemplaza a los cubos multi-base. La actividad requiere que los estudiantes *representen* los sumandos de cada ejercicio (adiciones) con el material multi-base confeccionado por la profesora.

Primero los estudiantes suman las unidades. Cuando cuentan hasta 10 unidades realizan el canje por una decena. La nueva decena la trasladan al lugar de las decenas, específicamente al lugar de la reserva. De esta forma los estudiantes entienden qué es la reserva y por qué va en el lugar mencionado, permitiendo que comprendan el algoritmo convencional usado en Chile para la adición con reserva.

Introducción

De acuerdo con el nuevo enfoque que proponen las bases curriculares de matemática, es necesario desarrollar en los estudiantes habilidades del pensamiento matemático. Una de estas habilidades es *representar*, es decir, elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para representar enunciados (COPISI).

El modelo COPISI exige la manipulación de material concreto y la representación pictórica para trabajar los objetivos de aprendizaje propuestos por las bases curriculares, sin embargo, no todos los colegios cuentan con material para trabajar en matemática. A partir de esta necesidad se puede fabricar un material simple que reemplaza a los cubos multi-base (cubos conectables) con cartón plastificado que sirve para representar centenas, decenas y unidades. Otra necesidad de trabajar con el modelo COPISI en la enseñanza del algoritmo de la adición es que permite comprobar que tenemos estudiantes que realizan mecánicamente adiciones con canje sin saber qué representa la reserva.

Esta experiencia de aula propone trabajar el algoritmo de la adición con el material fabricado por la profesora, además se utiliza un tablero posicional en el que el estudiante representa cada sumando con el material concreto y un panel para sumas, en el que escribe la adición. El tablero posicional y el panel de sumas, también son confeccionados por la profesora. Es un material simple y de fácil fabricación como se muestra en la experiencia de aula que se relata a continuación.

A partir de estas razones la motivación de la actividad que se propone consiste en desarrollar en el alumno habilidades matemáticas que lo conduzcan a transportar experiencias y objetos de un ámbito más concreto a otro más abstracto.

Uso de material concreto en la enseñanza de la suma con reserva

Esta experiencia se realizó en dos terceros básicos. Cada uno con 39 alumnos, de los cuales 7 están diagnosticados con necesidades educativas especiales, el resto del curso cuenta con estudiantes que presentan diferentes ritmos de aprendizaje.

Al momento de enseñar la adición con canje y no contar con el material necesario se fabricó un material similar a los cubos multi base, pero en cartón plastificado.

Material confeccionado por la profesora

Figura 1

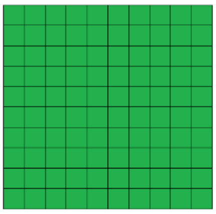


Figura 2

Figura 3

Placas de 100 para las centenas	Rectángulos de 10 para las decenas	Cuadrados para las unidades

Placas de 100: pieza plana de cartón que contiene 100 cuadrados dibujados o 10 rectángulos con 10 cuadrados, para representar las centenas (figura 1).

Rectángulos de 10: pieza plana en forma rectangular de cartón que contiene 10 cuadrados dibujados, para representar las decenas (figura 2).

Cuadrados: pieza plana de cartón en forma de cuadrado, para representar las unidades (figura 3).

Se entregó un set a cada estudiante que contiene:

1. 10 placas de 100
2. 10 rectángulos de 10
3. 20 cuadrados aproximadamente

Al presentar la adición, se le acompaña con una situación problemática. Una vez identificada la operación en el problema, los alumnos recurren al uso del material presentado. Además, este material, se acompaña de un tablero posicional y un panel de sumas.

DECENAS	UNIDADES

Decenas	Unidades

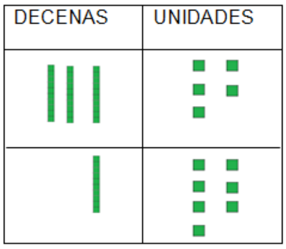
Tablero posicional: se confecciona en hoja tamaño oficio plastificada con funda plástica, donde el estudiante puede escribir con plumón y borrar.

Panel de sumas: se confecciona en hoja tamaño oficio plastificada con funda plástica, donde el estudiante puede escribir con plumón y borrar.

Ejemplo de la actividad:

Se presenta la situación problemática, donde el alumno identifica la adición. Luego aplica el modelo COPISI, según los siguientes pasos:

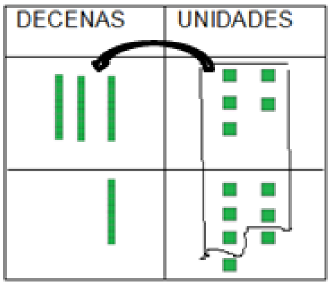
Paso N°1: representa las cantidades (sumandos) en el tablero posicional con el material presentado.



Paso N° 2: escribe las cantidades (sumandos) en el panel de sumas.

	Decenas	Unidades
	3	5
+	1	7

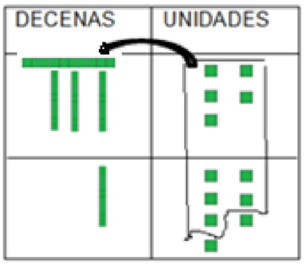
Paso N° 3: suma las unidades y reagrupa 10 unidades en una decena. Al mismo tiempo escribe las 2 unidades que quedan sin agrupar en el panel de sumas.



	Decenas	Unidades
	$\square$ 3	5
+	1	7
		2

Paso N° 4: canjea las 10 unidades por una decena. Pone la nueva decena en el lugar de las decenas. Escribe la nueva decena en el

recuadro correspondiente en el panel de sumas. Ahora suma las decenas y escribe la suma total de decenas en el panel de sumas.



	Decenas	Unidades
	$\boxed{1}$ 3	5
+	1	7
	5	2

A medida que se dan las indicaciones a los estudiantes, se va preguntando:

¿Cuántas unidades hay?, ¿es necesario reagrupar?, ¿qué hacen cuando no tienen que reagrupar?, ¿por qué es necesario reagrupar?, etc.

Los alumnos responden y corrigen sus errores observando y pensando en lo que están haciendo.

Antes de llegar al algoritmo de la suma y dar las explicaciones respectivas, descubren qué es la reserva, en qué posición debe ir y por qué va en ese lugar, es decir, construyen su propio aprendizaje.

Con esta actividad se puede enseñar la suma con reserva y extenderla a la adición con sumandos de tres dígitos, es decir con centenas y utilizar el mismo procedimiento.

Conclusiones

La actividad presentada nació después de escuchar a estudiantes de cursos superiores decir que sabían resolver sumas con reserva, pero no sabían qué es la reserva y por qué va en tal posición y no en otra.

Además, considerando las características de los alumnos (vulnerabilidad, etapa concreta, diferentes ritmos de aprendizaje, vacíos pedagógicos, etc.) se trabajó este aprendizaje de acuerdo el modelo COPISI con un material muy simple y fácil de fabricar,

obteniendo muy buenos logros en los estudiantes, tales como actitud positiva frente al trabajo y buenos resultados en las evaluaciones.

Los aspectos positivos de esta experiencia con la aplicación del modelo COPISI y la utilización de material fabricado por el profesor son los siguientes:

1. La manipulación del material concreto y su representación pictórica en un esquema simple permite al estudiante desarrollar imágenes mentales para luego operar con símbolos.

2. Esta actividad permite afianzar el concepto de decena en aquellos alumnos que aún no han logrado este aprendizaje. Sin detenerse se puede trabajar la adición con canje y reforzar el concepto de decena.

3. El material es simple y fácil de confeccionar, por lo tanto, puede ser fabricado por los mismos alumnos, por los padres o el profesor.

4. Cada alumno puede trabajar con su propio set de centenas, decenas y unidades, porque es una material económico y de fácil acceso.

5. Es un material de fácil transportación, por lo tato puede ser enviado al hogar y traer de vuelta al colegio.

6. Esta actividad además, sirve como conducta previa para la resta con canje.

Los aspectos que se deben superar se enfocan a:

1. El alumno puede acostumbrase a trabajar solo con material concreto y quedarse estancado en esta etapa, por lo tanto, se debe manejar bien la situación para que con el tiempo pueda prescindir gradualmente de los materiales y representaciones pictóricas, y opere solamente con símbolos.

2. La actividad presentada, en conjunto con el material, puede ser acompañada de un software educativo que contenga las mismas representaciones, en las cuales el alumno pueda realizar el canje moviendo de un lugar a otro las nuevas decenas o centenas. Este software se puede trabajar en la pizarra digital o en la sala de computación.

Con respecto a la posibilidad de réplica de esta experiencia, es viable, porque:

1. Es una actividad simple que apunta a objetivos de aprendizaje que aparecen en el currículum y atraviesa los distintos niveles de abstracción en el alumno (concreto, pictórico y simbólico).

2. El material es económico y de fácil fabricación.

3. Se puede trabajar con niños con diferentes necesidades educativas.

4. Se puede trabajar en forma individual con un grupo numeroso y al mismo tiempo monitorear el aprendizaje.

Para concluir, se puede asegurar que la experiencia con el buen uso del material concreto resulta exitosa, ya que usando una variedad de materiales, luego imágenes y representaciones pictóricas se puede avanzar progresivamente hacia un pensamiento simbólico.

En efecto, frente a cualquier aprendizaje matemático, el alumno debe comprender y no caer en la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas.

GEOMETRÍA RECREATIVA E INTERACTIVA EN EL AULA

DAYSI OROZCO TAVIE

Colegio Leonardo Da Vinci – 5° Año Básico 2° Ciclo

Resumen

La necesidad de la enseñanza de la geometría en el ámbito escolar responde al papel que la disciplina desempeña en la vida cotidiana. Los conocimientos geométricos básicos son indispensables para desenvolverse en la vida diaria, para orientarse en el espacio, para realizar estimaciones sobre formas y distancias, para hacer aproximaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio. Para desarrollar la organización mental del espacio exterior es aconsejable la introducción de sistemas de representación gráfica y plástica de dicho espacio desde edades tempranas. De este modo la incorporación del dibujo en el aula permite la interiorización de la actividad geométrica. Por ello, cualquier situación de juego psicomotriz y de manipulación de material didáctico utilizado por el profesor debe concluir con la expresión gráfica de la situación mediante una representación semiótica.

La geometría como cuerpo de conocimientos permite analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales que favorecen la comprensión y admiración del entorno natural. Así también, estimular en los estudiantes la creatividad y una actitud positiva hacia las matemáticas y en los docentes para que incorporen estrategias en el que usen el plegado, la construcción, el dibujo, modelamientos, entre otras variadas actividades que enriquezcan los procesos en el aula.

Esta propuesta aborda desde esta perspectiva procesos que se desarrollan en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en el aula.

Introducción

El aprendizaje de la geometría en la escuela es de suma importancia ya que todo nuestro entorno está lleno de formas geométricas; en la vida cotidiana es indispensable el conocimiento geométrico básico para orientarse adecuadamente en el espacio, haciendo estimaciones sobre formas y distancias para distribuir objetos en el espacio.

El espacio del niño está rodeado de elementos geométricos con significados concretos: puertas, ventanas, pisos, tableros, pupitres. En su entorno cotidiano, en casa, en la ciudad, en el colegio o en los espacios de juegos aprende a organizar y a orientarse mentalmente en el espacio. De esta manera, es el mismo entorno quien fomenta, a través del docente, el desarrollo de los conceptos geométricos de manera significativa para los estudiantes.

El proceso de construcción del pensamiento geométrico lleva a pensar que este sigue una evolución muy lenta desde su forma inicial hasta formas deductivas finales, que corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que aquellos que se consideran y se trabajan actualmente en nuestro Colegio.

La enseñanza de la geometría que se propone en esta experiencia se basa en el desarrollo del pensamiento reflexivo para fomentar el aprendizaje significativo, el desarrollo del pensamiento crítico Y el fortalecimiento de la intuición como instrumento de acceso al conocimiento geométrico.

De este modo, en jornadas de reflexión sobre el eje Geometría, se consideran al interior del establecimiento contenidos esenciales en la comprensión de conceptos geométricos destinados a propiciar la orientación espacial del estudiante, ya que el espacio se encuentra lleno de elementos geométricos con significados concretos para él. En este contexto, a partir de situaciones diarias que le resulten familiares tales como los recorridos habituales, las formas de objetos conocidos o mediante actividades manipulativas lúdicas como el plegado, recorte, modelado, se fomenta el desarrollo de los conceptos geométricos contemplados en el currículo de cada etapa educativa.

Ese es el contexto que parece especialmente útil para desarrollar las habilidades a través de la geometríapropuestas en el proyecto de aula, priorizando que resulte significativa para el estudiante. El análisis de su entorno próximo y familiar, por la motivación e interés que puede despertar y por ser fuente inagotable de objetos susceptibles de observación y manipulación. Otro aspecto importante es el material didáctico preparado por los estudiantes que fue utilizado en algunas sesiones, pues desempeña un papel primordial en esta propuesta educativa.

Se verifica de esta manera que la geometría juega un papel fundamental en el desarrollo de los aprendizajes de otras asignaturas, como un eje transversal que aporta a la reflexión sobre el espacio, el entorno, la acción psicomotriz, y principalmente, el aprendizaje colaborativo, procedimental, cognitivo y actitudinal como herramienta de futuros aprendizajes en la vida estudiantil y profesional.

Experiencia Didáctica

La necesidad de desarrollar habilidades en geometría y los usos prácticos de ella requieren de la implementación de estrategias pedagógicas y didácticas que permitan la mayor apropiación al conocimiento por parte de los estudiantes del Colegio Leonardo Da Vinci, metodología basada en un aprendizaje netamente práctico y lúdico. Para ello, resulta fundamental que los estudiantes comprendan la importancia de la geometría inserta en actividades de la vida cotidiana, porque de ese modo se evita la fatiga y desmotivación en el proceso de aprendizaje. Todas las actividades desarrolladas en la propuesta plantean un excelente modo de conciliar la geometría con actividades de asignaturas del currículo escolar, como por ejemplo, el arte en la construcción de mosaicos, la confección de planos.

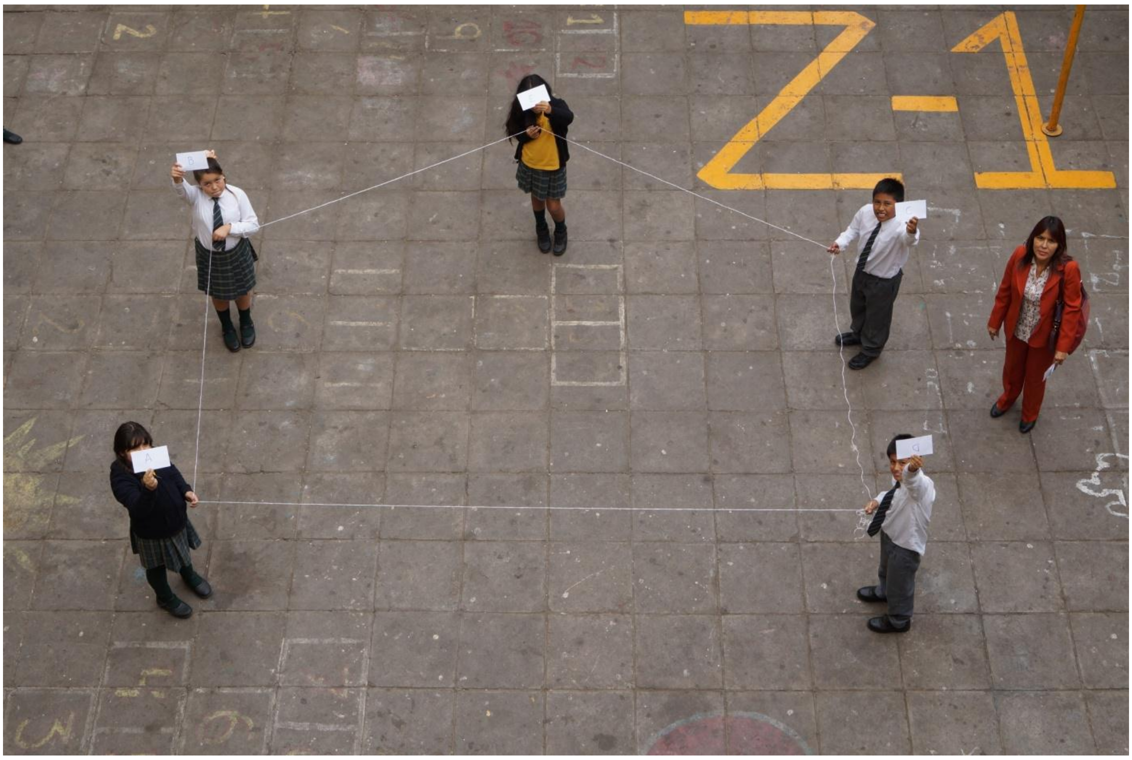
La experiencia educativa abordó el **OA16:** Identificar y dibujar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano, dadas sus coordenadas en números naturales.

La actividad se desarrolló en 4 sesiones de 2 horas cada una, organizadas y aplicadas con material adecuado, en un ambiente favorable al aprendizaje para el desarrollo actividades prácticas en contextos colaborativos. Hacia el final de la experiencia, se aplica una co-evaluación en cada equipo de trabajo.

Para abordar el **OA16** se realizaron diversas actividades, entre las que se destacan:

- **Batalla Naval.** Un equipo de estudiantes compuesto por dos miembros se encuentra al mando de flotas de barcos enemigos ubicados en diferentes coordenadas en un plano cartesiano. La idea consiste en derribar al enemigo cuantos barcos sean posibles. Para ello, nombran turnos en pares ordenados para BOMBARDEAR la flota de barcos del compañero.

- **Formación de Plano Cartesiano en el patio del colegio.** Se forma un Plano Cartesiano en el patio del colegio, usando los pastelones de cemento como una cuadrícula. Los estudiantes reciben una tarjeta numerada para formar las coordenadas de X y de Y, otros estudiantes se ubican en el P. Cartesiano como puntos (A, B, C...), como pares ordenados, de modo que se forman segmentos cuyos puntos se unen con lana; otros alumnos se ubican en lugares tales como casa, iglesia, cine, colegio, etc. Se hacen preguntas para indicar cómo llegar de un lugar a otro. Las respuestas pueden expresarse de dos formas: una, utilizando la lateralidad (arriba, abajo, hacia la derecha, hacia a la izquierda); otra, usando la rosa de los vientos. Los estudiantes que forman parte del plano reciben tarjetas para identificar su ubicación en las diferentes actividades.



Finalizan las sesiones con la exposición en un plenario general en que comentan lo difícil o fácil del tema tratado, la experiencia, los errores registrados, los aprendizajes logrados, los materiales utilizados.

Desarrollan la metacognición, haciendo transferencia de estos aprendizajes en otras asignaturas.

Conclusiones

Con el desarrollo de esta propuesta didáctica se lograron utilizar recursos cotidianos del entorno educativo y familiar y esto hizo que el aprendizaje fuera más significativo, especialmente con el apoyo de los recursos tics.

Respecto de mi labor docente, las acciones fueron gratificantes al desarrollar actividades innovadoras que lograron despertar la curiosidad e interés de los estudiantes.

Consecuente con la propuesta para utilizar recursos cotidianos del entorno educativo y familiar EN la enseñanza de la geometría, todo el proceso de enseñanza Y aprendizaje estuvo centrado en los estudiantes como sujetos activos, es decir, basado en una metodología activa y

de acción participativa en la cual el estudiante fue el protagonista de su propio aprendizaje.

Se utilizaron técnicas de evaluación sistemática en la que las observaciones se reflejaron en una lista de control en la cual se enumeraron los diferentes aspectos que se requirió evaluar y el grado de consecución logrado por los estudiantes.

PREGUNTAS REFLEXIVAS PARA PROFUNDIZAR EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

MARCELA RODRÍGUEZ PONCE

Liceo A-1 Octavio Palma Pérez - Enseñanza Media

Resumen

En el aprendizaje de la matemática suelen aplicarse ciertos pasos que convierten la disciplina en un proceso de enseñanza mecánico que impide a los estudiantes alcanzar una profundización del conocimiento y participación activamente de su propio proceso de aprendizaje.

Las actividades que se desarrollan en clases, las cuales abarcan problemas de ejercitación simple hasta plateamientos complejos de profundización de los contenidos, deben estar vinculadas a una constante ejercitación de la metacognición guiada por el profesor. De esta forma, no solo se fortalece el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, sino también del profesor, pues ambos adquieren una mayor conciencia sobre los procesos de enseñanza Y aprendizaje tan solo resolviendo preguntas reflexivas que han sido formuladas adecuadamente.

Dentro de las preguntas de tipo metacognitivas, el profesor puede incluir clase a clase los siguientes ejemplos para una mejor comprensión del problema que plantea a los estudiantes:

1. ¿Este problema se parece a otro que yo haya visto?

2. ¿Qué información es relevante?

3. ¿Cuáles son las diferentes presuposiciones que debo hacer?

Incluso el profesor puede inculcar a sus estudiantes que realicen preguntas de automonitoreo del proceso de resolución de un problema: ¿Qué puedo obtener con las estrategias que he aprendido?

Introducción

Para lograr un refinamiento y mayor profundización de la comprensión de la matemática, es necesario realizar preguntas reflexivas adecuadas y dirigidas al proceso de metacognición, directamente ligada al afecto.

1. ¿Cómo me siento cuando pienso acerca de mi propio pensamiento?
2. ¿Tendré éxito si persisto?

Los estudiantes que son más conscientes de su propio pensamiento demuestran más tolerancia ante los obstáculos y frustraciones en cualquier contexto.

La profesora Lloyd (2012)[1] señala que a los alumnos les formulan dos preguntas:

1. ¿Cómo obtuvo ese resultado?, y
2. ¿Por qué lo hizo de esa manera?

La respuesta no es lo más importante para la profesora, la próxima vez serán otras las preguntas. Sin embargo, en este estilo de enseñanza enfocada hacia la metacognición, el profesor no debe aceptar de sus estudiantes respuestas con las siguientes:

1. "Obtuve la respuesta pero no supe cómo"
2. "Lo hice pero no sé cómo explicarlo".

Al establecer un ambiente de constantes preguntas, los estudiantes se ven obligados a pensar sobre su propio razonamiento, y así, clarificar sus procesos de aprendizaje, analizar sus respuestas y errores, y refinar sus preguntas.

[1] Williams, Nelly (2012). Enseñar a pensar: Desarrollando en Chile estrategias cognitivas y personales para el. Siglo XXI.

Experiencia Didáctica

La metacognición es un proceso que ocurre cuando los estudiantes están pensando críticamente para solucionar un problema, cuando toman una decisión o al utilizar su creatividad. Por lo tanto, es una estrategia cognitiva de orden superior LA cual requiere un alto grado de conciencia. De este modo cuando los profesores aplican el proceso de metacognición regularmente en sus clases, están inculcando en sus estudiantes que analicen sus pensamientos, que especifiquen que están pensando, que expliquen con sus propias palabras lo que imaginan. Y para monitorear estos procesos es necesario realizar preguntas adecuadamente formuladas de modo que conlleven al estudiante a la reflexión de su pensamiento en el desarrollo de un problema, independiente del resultado.

Desde 1° medio se puede interiorizar a los alumnos con preguntas como:

1. ¿Qué aprendiste hoy en clases?
2. ¿Cómo te sentiste durante el desarrollo de la clase?
3. Define con tus propias palabras ______.

Dichas preguntas muchas veces sacan a los alumnos de su zona de confort, pues rara vez se les suele preguntar sobre sus sentimientos o qué piensan sobre su aprendizaje.

Por ejemplo, tenemos el siguiente problema realizado durante una clase de 4° medio de electivo de matemática:

1. Demostrar sin hacer la división numérica entre numerador y denominador, que la igualdad siguiente es correcta:

$$\frac{123123123123}{457457457457} = \frac{123}{457}$$

2. Tenemos doce monedas aparentemente iguales, pero una de ellas tiene un peso ligeramente superior. Usando una balanza de platillos y

con solo tres pesadas encuentra la moneda diferente. Explica paso a paso el procedimiento que has utilizado.

3. Matías está calculando cuántas bebidas de 3 litros y medio debe comprar para la fiesta. Primero piensa en cuántos vasos de 1/4 de litro aproximadamente se podrían llenar con una botella de 3 litros y medio, luego se pregunta ¿cuántos vasos de aproximadamente 1/16 de litro se podrá llenar?

4. Calcula si Matías sabe que a la fiesta asistirán un máximo de 35 personas y estimó que cada uno tomará aproximadamente 1/2 litro de bebida ¿cuánta bebida debe comprar?

   En cada uno de los ejercicios siguientes realiza los siguientes pasos:

   1. Explica con tus palabras el ejercicio y señala qué te pregunta éste.
   2. Anota lo que observas antes de resolver el ejercicio
   3. ¿Qué vas a hacer para resolver el problema?
   4. Indica todos los datos que conoces y que son necesarios o te pueden ayudar a resolver el problema
   5. ¿Qué otros conceptos, ideas, datos, etc. conoces que dicen relación con el problema aunque no sirven directamente para resolverlo?
   6. Resolver el problema aplicando cálculos y propiedades.
   7. ¿Qué te ha resultado más difícil y más fácil en el problema?
   8. ¿Qué errores has cometido mientras resolvías el problema, es decir aquellos que tú mismo te has corregido tras darte cuenta del error?
   9. ¿Qué dudas has tenido a la hora de resolver el problema? Haz una lista

Este procedimiento para escribir las ideas ayuda a los alumnos a que sean conscientes sus pensamientos y los ordenen al esforzarse por responder cada paso.

Estas actividades que propenden al desarrollo de la metacognición se pueden trabajar de forma grupal o individual, aunque el ideal es de forma grupal para que exista una lluvia de ideas y una discusión colaborativa del problema en donde se puedan analizar distintos puntos de vista basados en conocimientos matemáticos o la experiencia del estudiante con el mundo.

Es importante que los estudiantes no se salten ningún paso, aunque tal vez hayan conceptos, datos, ideas, etc. que para el profesor no tengan relación con el problema. Sin embargo, se debe preguntar de igual forma al estudiante el PORQUÉ creyó que era importante dicha información u operación.

En la etapa de resolución, se puede preguntar: ¿Qué vas a hacer para resolver el problema?

Se está alentando a la mente del estudiante a predecir la resolución del problema. Al *"resolver el problema"* es el momento en el que se puede observar la aplicación de los pasos anteriores ya que el alumno puede matematizar, dibujar, etc. Y si no llega al resultado correcto, se podrá saber en dónde se equivocó gracias a las preguntas de los pasos anteriores.

Finalmente, las últimas preguntas están enfocadas a exponer la metacognición durante el proceso de aprendizaje.

De esta forma no solo se desarrolla la metacognición de los estudiantes, sino se les enseña a ordenar su pensamiento y expandir su imaginación para la resolución de problemas. Resulta muy importante que desde ya los profesores cambien preguntas tan comunes como cuando el alumno dice: Profesor, no entiendo nada, entonces el profesor por lo general responde con: Voy a explicar todo de nuevo, mas debiese corregirse con **¿Qué fue lo que no comprendió?, explica en qué momento te perdiste.**

Es relevante siempre motivar a los alumnos con un ¡Excelente!, ¡Bien hecho!, ¡Maravilloso!, dichos estímulos crean un mejor ambiente de aprendizaje para el curso y el alumno se siente reconocido por su profesor y pares.

Conclusiones

El profesor toma un doble papel al incorporar el uso efectivo de preguntas en las clases de matemáticas, ya que debe ser por un lado flexible y dinámico, unir los principios del currículo con el compromiso de enseñar para la comprensión, y a su vez, toma un rol de observador permanente guiando el proceso de aprendizaje de sus alumnos.

Enseñarles a los estudiantes la metacognición es darles la oportunidad para que piensen y reflexionen sobre su propio pensamiento con el fin de que lo analicen, verbalicen y actúen sobre él.

De manera que el mayor propósito de los programas de matemática es hacer a los estudiantes mejores pensadores, con confianza en sí mismo y con la capacidad de valorarse permanentemente a sí mismo.

INTERACTUANDO CON LA GEOMETRÍA

NATHALY ARIAS BACARREZA
Colegio Leonardo Da Vinci - 2° Ciclo Educación Básica

Resumen

Las transformaciones isométricas son contenidos transversales tanto para el sector de Matemática como para otras asignaturas, ya que desde la enseñanza pre-básica hasta la Enseñanza Media forman parte del Programa de Estudios. A este hecho se suma que permiten solucionar muchas situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo, la ubicación en el plano, orientación espacial, comprensión del concepto 'coordenada', concepto 'giro', 'reflejo', 'movimiento'. El objetivo de la actividad que se propone a continuación se basa en que mediante la práctica, el dicente realice de manera diferente las rotaciones en el plano cartesiano con centro en el origen con un ángulo de 90° y rotaciones con centro en el origen con un ángulo de 180°, para luego deducir junto a los estudiantes la regularidad de transformación que presentan las coordenadas cuando estas poseen dichas características.

Introducción

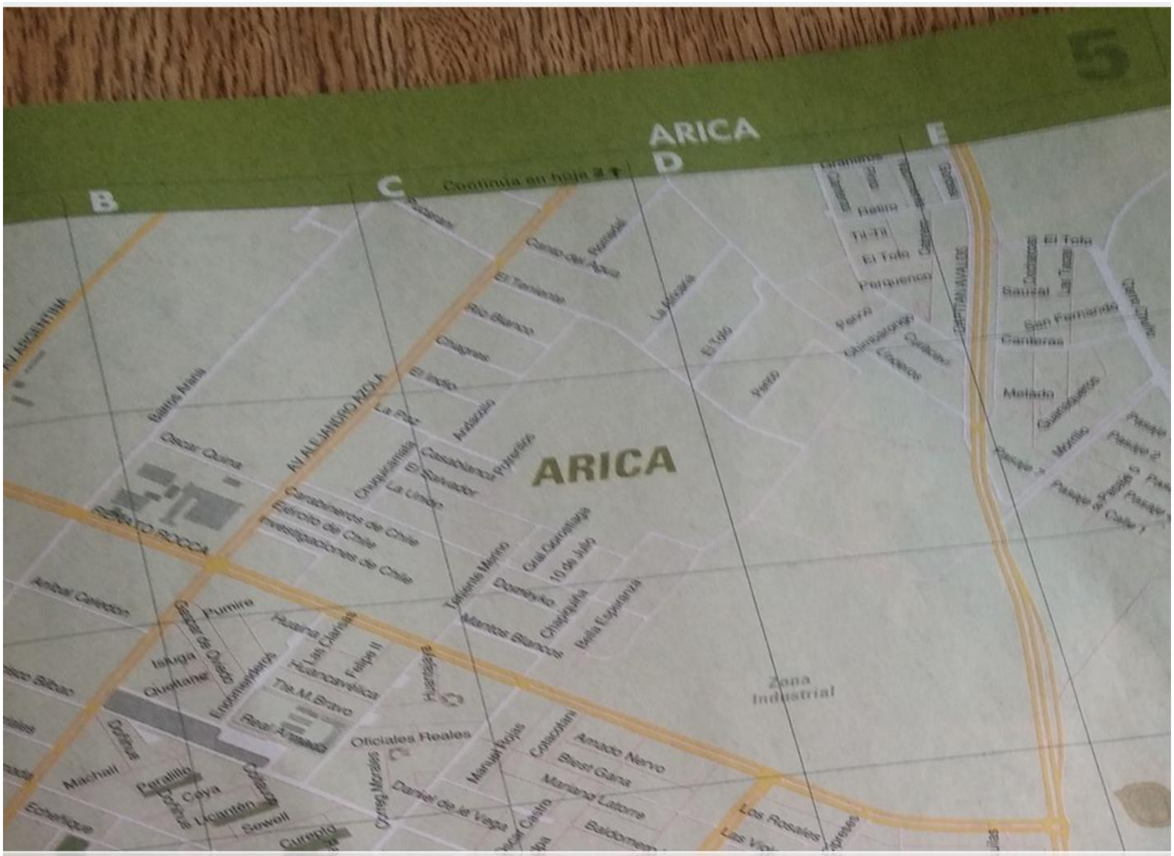
En el área de la docencia, quienes se dedican a la labor de enseñar se enfrentan con un hecho de vital importancia, el cual intenta determinar ¿cómo lograr que las habilidades que desea transmitir el profesor a los estudiantes sean asimiladas y aprendidas? Los métodos de enseñanza y aprendizaje han cambiado a lo largo de los años y la antigua modalidad en la que el profesor impartía cátedra referente a su materia y daba por hecho que los estudiantes de su clase logarían procesar la información de manera automática está muy lejos de la realidad actual.

La experiencia que nace de la necesidad de crear actividades que apunten a motivar a dicentes que hoy sienten una apatía por la asignatura de matemática, intenta contribuir al cambio de perspectiva sobre la práctica docente con una orientación constructivista. Visto desde esta perspectiva, la aplicación de las transformaciones isométricas basada en el marco para la buena enseñanza propiciaría el desarrollo de habilidades siempre que el profesor les brinde sentido, utilidad y movimiento en el aula a este saber sabido para transformarlo en un saber enseñado dirigido a estudiantes que esperan sorprenderse y descubrir a medida de ir construyendo y sintiendo propio este saber decodificado, para llegar a convertirlo en un saber aprendido.

Finalmente, esta experiencia cuyo objetivo es brindar sentido y conexión a LA realidad cotidiana con las transformaciones isométricas, ocupando materiales simples pero significativos que como docentes podemos experimentar y darle un sentido revelador en el aula.

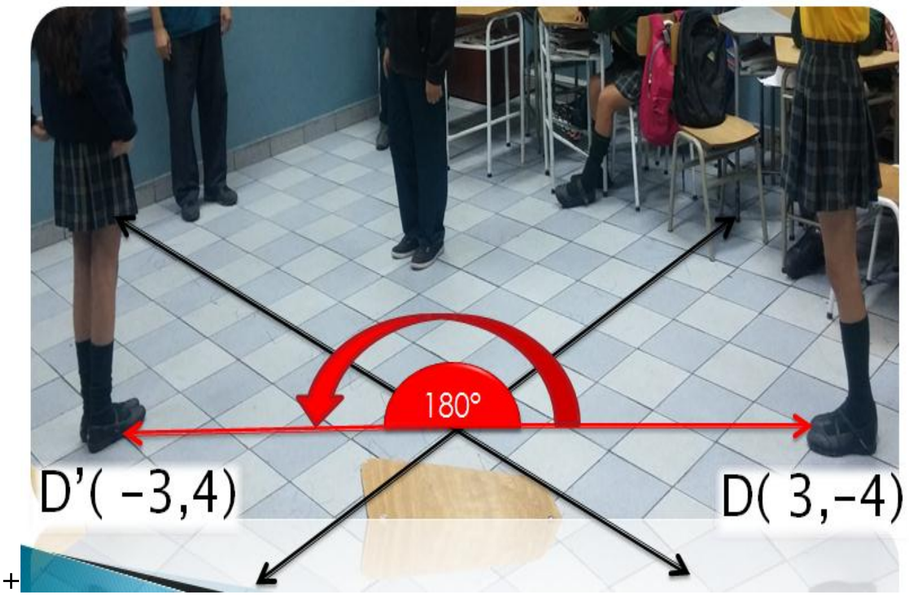
Experiencia Didáctica

La actividad consiste en una competencia entre estudiantes en la que deben ubicar direcciones en los mapas adjuntos en la guía telefónicaya que estas vienen detallas con un índice en el que se consigna sus coordenadas, la planilla para realizar la ubicación de las calles, avenidas y pasajes de la ciudad de Arica que se encuentran distribuidos por cuadrantes.



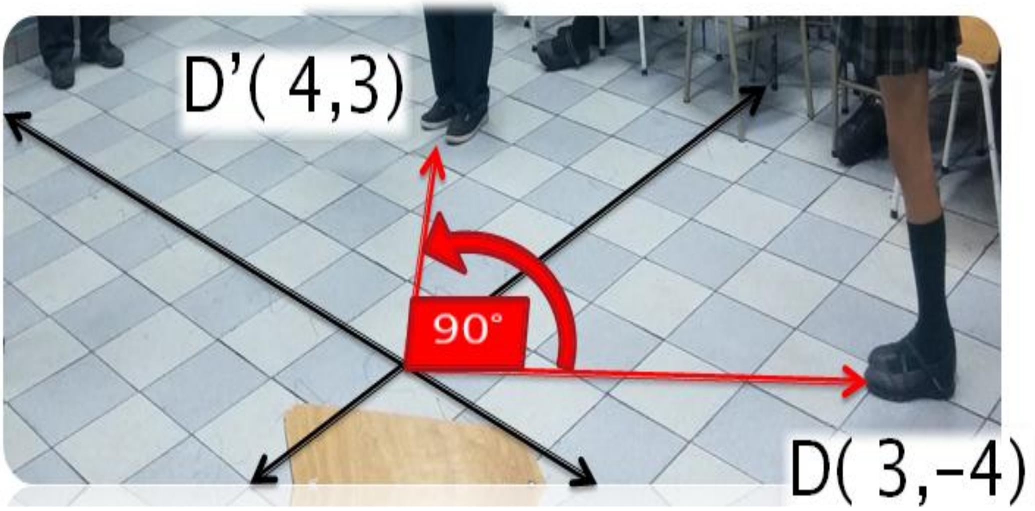
Luego se le da sentido a la unidad vinculándola al objetivo de aprendizaje **"AE 1: Caracterizar transformaciones isométricas de figuras planas y reconocerlas en diversas situaciones y contextos",** pues exige la aplicación de los conceptos**:** plano cartesiano, coordenadas, ejes. Los estudiantes deben realizar un eje cartesiano en el suelo de la sala de clases utilizado las cerámicas para simular una plana cuadriculada. Cada punto uno de sus puntos es representado por un alumno en particular. Ellos realizan las transformaciones teniendo como punto de referencia a otro compañero, además utilizan transportador, regla y escuadra de pizarra.

Descubren el patrón repetitivo que se da cuando realizan una rotación con respecto al origen con una magnitud de 180°.



+

Y a esto se suma que descubren el patrón repetitivo que se da cuando realizan una rotación con respecto al origen, con una magnitud de 90°.



En la clase anterior a la experiencia práctica, los estudiantes conocen los conceptos: 'rotación', 'reflexión' y 'traslación', solo a nivel de ejemplos prácticos **no en el plano cartesiano.** Al cierre de la clase se realiza una lluvia de ideas y preguntas por el docente dirigidas a que el estudiante se sienta parte de su propio aprendizaje realizando una reflexión de lo aprendido. Lo que válida esta experiencia es la construcción de aprendizajes que realiza cada uno de los dicentes, pues a través de la experimentación va descubriendo su propio aprendizaje. Finalmente se evalúan los aprendizajes, solicitando a los estudiantes que creen 3 ejemplos de rotaciones con centro en el origen y con un ángulo de 180° y de 90°.

Conclusiones

Al momento de realizar las clases se debe incorporar el movimiento en actividades interesantes a la luz de que los estudiantes manifiestan diferentes tipos de aprendizaje. No se debe soslayar este dato se suma importancia pues los docentes en muchas oportunidades plantean actividades que son solo expositivas.

Además el dicente necesita mantener un rol protagonista y es así como el docente se convierte en un mediador entre ese saber sabido que se transforma en un saber descubierto por cada uno de los alumnos. En definitiva, la metodología de enseñanza despierta mucho más interés que las mismas materias, por lo que se hace imperativo crear actividades atractivas para despertar la necesidad en los estudiantes, sin dejar de lado claro, antes de planificar las posibles amenazas que este tipo de prácticas nos pueda presentar. De este modo serán los estudiantes pueden ser partícipes de sus propios aprendizajes.

En conclusión, resulta un importante y necesario desafío poder transformar la práctica docente para que resulte atractiva para los estudiantes, logrando que ellos por sí mismos desarrollen habilidades que apunten hacia la resolución de problemas, herramienta necesaria para su diario vivir.

OPERATORIA CON FRACCIONES

FREDDY EDUARDO NAVARRO BÁEZ

Liceo Jovina Naranjo Fernández - 5° y 6° Años Básicos

Resumen

Esta experiencia en el trabajo con fracciones ha permitido observar la forma en que los estudiantes adquieren aprendizajes a partir de la comprensión de lo que hacen. Muestran interés por desarrollar el trabajo ya que no se encuentra sujeto a fórmulas ni a una mecánica determinada, sino que se trabaja con material concreto para transitar desde allí hacia los otros niveles del método COPISI. Muchos de los estudiantes realizan los cálculos de forma mental en adiciones y sustracciones luego de trabajar con el material concreto (regletas), ya que es observable para ellos.

Además, cuando trabajan con números decimales recurren a las fracciones decimales en lo relativo a la adición y sustracción para comprender por qué se agregan ceros para igualar las cantidades expresadas. Similar es lo que ocurre con la multiplicación y división de números decimales.

Introducción

En los Programas de Estudio vigente, entre 3° y 6° básico se encuentran 11 objetivos de aprendizaje relacionados con fracciones, lo cual no es menor si se considera la totalidad de los O.A.

A través de los años, se ha enseñado a los estudiantes a realizar un trabajo mecánico con las fracciones generalmente sobre la base de fórmulas que se convierten en una repetición de lo que el profesor dice. De este modo, en la actualidad y desde hace bastantes años atrás, los docentes han centrado la enseñanza de las fracciones en una mecanización para dejar de lado lo más importante que es la comprensión.

¿Cuál es desafío de los docentes? El desafío consiste en vincular la mecanización con la comprensión, para brindarle un sentido a lo que se aprende. Para lograr esto, en la actualidad en los Programas de Estudio se sugiere utilizar el método COPISI: Concreto – Pictórico – Simbólico: concreto a pictórico y viceversa, concreto a simbólico y viceversa, pictórico a simbólico y viceversa, y finalmente, concreto a pictórico y simbólico.

Experiencia Didáctica

La presente experiencia didáctica se basa en el trabajo con fracciones desde 3° Año Básico hasta cursos superiores, con metodologías alternativas a los procedimientos tradicionales. A través de un conjunto de estrategias se ha generado el desarrollo de habilidades descritas en las nuevas Bases Curriculares.

Estas estrategias se basan en que lo que los estudiantes aprenden en un nivel o unidad les sirve para trabajar en otra y proyectarlo hacia cursos superiores. En la experiencia para el trabajo con fracciones se utiliza el cálculo mental que se da en los primeros años (habilidad olvidada en cursos superiores) en la unidad referida a las Propiedades de los Números y la importancia que tienen los números primos.

Operaciones con fracciones

1° Adición y sustracción de fracciones de igual denominador sin canje de manera concreta, pictórica y simbólica.

Ej. $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$ $\qquad$ $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$. =

2° Adición de fracciones de igual denominador con canje de manera concreta, pictórica y simbólica.

Ej. $\frac{5}{8} + \frac{7}{8} =$

3° Adición y sustracción de fracciones impropias o números mixtos de igual denominador sin canje en la parte fraccionaria.

Ej. $2\frac{1}{3}$ $\qquad$ $4\frac{5}{6}$

$$+\ 1\frac{1}{3} \qquad\qquad -\ 3\frac{4}{6}$$

4° Adición y sustracción de fracciones impropias o números mixtos de igual denominador con canje en la parte fraccionaria.

Ej. $3\frac{5}{8} =$

$+\ 2\frac{6}{8}$

$5\frac{11}{8} = 6\frac{3}{8}$

Canje

$4\frac{6}{8} = 3\frac{14}{8}$ Canje

$-\ 1\frac{7}{8} = -\ 1\frac{7}{8}$

$2\frac{7}{8}$

Para trabajar con fracciones de distinto denominador debemos encontrar el mínimo común múltiplo.
Procedimientos:

1° Calculando los múltiplos de cada número.

$M_{(6)} = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, \ldots\}$

$M_{(8)} = \{0, 8, 16, 24, 32, 40, \ldots\}$

2° Aplicando tabla de factores.

6 - 8	2
3 - 4	2
3 - 2	2
3 - 1	3
1 - 1	

Luego, el mcm es 2 * 2 * 2 * 3 = 24
Cálculo del mínimo común múltiplo de forma mental según los denominadores.

1er Caso: Denominadores son números primos

Se multiplican.

Ej. 5 y 7 = 35 3 y 11 = 33 2 y 3 = 6

2° Caso: Un número primo con un número compuesto no múltiplo del primo.
Se multiplican.
Ej. 3 y 8 = 24 2 y 9 = 18 5 y 12 = 60

3er caso: Número primo y número compuesto múltiplo del primo
El mcm es el número compuesto.
Ej. 3 y 12 = 12 5 y 15 = 15 2 y 8 = 8

4to caso: Denominadores son números compuestos.
Ej. 6, 8 y 12 = 24 5, 10, 15 = 30 9 y 12 = 36

Para encontrar el mcm se elige el mayor denominador y se sacan los múltiplos de él y nos vamos preguntando si son múltiplos de los otros denominadores.

5° Adición y sustracción de fracciones de distinto denominador sin canje

Ej. $\frac{4}{8} = \frac{12}{24}$ $\frac{9}{12} = \frac{18}{24}$

$+ \frac{2}{6} = \frac{8}{24}$ $- \frac{1}{8} = \frac{3}{24}$

$\frac{20}{24}$ $\frac{15}{24}$

Como debemos expresar el resultado en su mínima expresión procedemos a simplificar las fracciones.

1° Aplicar las reglas de divisibilidad

2° Calcular el mcd (máximo común divisor)

Si los denominadores son:
1. Números primos, el mcd es el 1.
2. Número primo y compuesto no múltiplo del primo: El mcd es el 1.

3. Número primo y compuesto múltiplo del primo: Número primo.

4. Números compuestos: Se sacan los divisores del menor denominador y se va preguntando si los otros denominadores son múltiplos del divisor (de mayor a menor divisor).

3° Factorizar numerador y denominador - Simplificar.

$$\frac{20}{24} = \frac{\cancel{2}*\cancel{2}*5}{\cancel{2}*\cancel{2}*2*3} = \frac{5}{6} \qquad \frac{15}{24} = \frac{\cancel{3}*5}{2*2*2*\cancel{3}} = \frac{5}{8}$$

6° Adición y sustracción de fracciones impropias o números mixtos de distinto denominador sin canje.

Ej.
$$\begin{array}{rcl} 6\,\frac{5}{9} & = & 6\,\frac{5}{9} \\ +\,1\,\frac{1}{3} & = & 1\,\frac{3}{9} \\ \hline & & 7\,\frac{8}{9} \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 5\,\frac{3}{4} & = & 5\,\frac{9}{12} \\ -\;2\,\frac{4}{12} & = & 2\,\frac{4}{12} \\ \hline & & 3\,\frac{5}{12} \end{array}$$

7° Adición y sustracción de fracciones impropias o números mixtos de distinto denominador con canje.

Ej.
$$\begin{array}{rcl} 6\,\frac{5}{9} & = & 6\,\frac{10}{18} \\ +\,2\,\frac{5}{6} & = & 2\,\frac{15}{18} \\ \hline & & 8\,\frac{25}{18} = 9\,\frac{7}{18} \end{array} \qquad \begin{array}{rcccl} 7\,\frac{4}{5} & = & 7\,\frac{12}{15} & = & 6\,\frac{27}{15} \\ -\;3\,\frac{14}{15} & = & 3\,\frac{14}{15} & = & -\,3\,\frac{14}{15} \\ \hline & & & & 3\,\frac{13}{15} \end{array}$$

8° Multiplicación de fracciones propias
Multiplicamos:

numerador * numerador   denominador * denominador

$$\frac{8}{9} * \frac{9}{12} = \frac{\cancel{2}*\cancel{2}*2}{\cancel{3}*\cancel{3}} * \frac{\cancel{3}*\cancel{3}}{\cancel{2}*\cancel{2}*3} = \frac{2}{3}$$

9° Multiplicación de números mixtos.

Procedimiento

1° Transformar a fracciones impropias y multiplicar.

2° Aplicar Propiedad Distributiva

Ej. $2\frac{3}{4} * 3\frac{1}{5} = \left\{ 2*3 + 2 + \frac{1}{5} \right\} + \left\{ \frac{3}{4} * 3 + \frac{3}{4} * \frac{1}{5} \right\}$

$$6\frac{2}{5} + \left\{ \frac{9}{4} + \frac{3}{20} \right.$$

$$6\frac{2}{5} \quad + \quad \left. \frac{48}{20} \right\}$$

$$6\frac{8}{20} + 2\frac{8}{20}$$

$$8\frac{16}{20} = 8\frac{4}{5}$$

10° División de Fracciones

Caso 1: Si las cantidades involucradas lo permiten, dividimos numerador con numerador y denominador con denominador.

Ej. $\frac{18}{20} : \frac{3}{5} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Se transforma en multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor.

Ej. $\frac{18}{20} : \frac{3}{5} = \frac{18}{20} * \frac{5}{3} = \frac{9\cancel{0}}{6\cancel{0}} = \frac{\cancel{3}*3}{2*\cancel{3}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Caso 2: Se amplifica una de las fracciones.

Ej. $\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{12}{15} : \frac{2}{3} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

Caso 3: No se puede dividir directamente ni amplificar.
Se transforma en multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor.

Ej. $\frac{7}{9} : \frac{5}{12} = \frac{7}{9} * \frac{12}{5} = \frac{84}{45}$, hay que simplificar, las cantidades involucradas son grandes………

Otro procedimiento ***es igualar los denominadores.***

Ej. $\frac{7}{9} : \frac{5}{12} = \frac{28}{36} : \frac{15}{36} = \frac{28}{15} = 1\ \frac{13}{15}$, porque al convertir en multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor nos queda

$$\frac{28}{\cancel{36}} * \frac{\cancel{36}}{15} = \frac{28}{15} = 1\ \frac{13}{15}$$

Por otra parte, la importancia de la operatoria con fracciones tiene gran relevancia para el trabajo y comprensión de la operatoria con números decimales.

Ej. En la adición y sustracción

¿Cómo explicamos a un alumn@ estos ceros que se agregan?

$$\begin{array}{r} 0{,}250 \\ +\ 0{,}184 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}100 \\ -\ 0{,}218 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \frac{25}{100} & = & \frac{250}{1000} \\ +\ \frac{184}{1000} & = + & \frac{184}{1000} \\ \hline & & \frac{434}{1000} = 0{,}434 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} \frac{31}{10} & = & \frac{3100}{1000} \\ -\ \frac{218}{1000} & = - & \frac{218}{1000} \\ \hline & & \frac{2882}{1000} = 2{,}882 \end{array}$$

Ej Multiplicación y división

0, 45 * 0,7

$\frac{45}{100} * \frac{7}{10} = \frac{315}{1000} = 0{,}315$

0,081 : 9

$\frac{81}{1000} : \frac{9}{1} = \frac{9}{1000} = 0{,}009$

En este tipo de divisiones, decimal por entero, si la división es exacta podemos preguntar que número multiplicado por 9 nos da 81 y luego preguntar que estamos repartiendo.
Los alumn@s lo resuelven mentalmente.

1,25 : 0,5 $\frac{125}{100} : \frac{5}{10} = \frac{25}{10} = 2{,}5$

La escritura de los números decimales y su conversión a fracciones y viceversa se logra a través de dictados clase a clase. Los números se dictan, por ejemplo., ciento veinticinco centésimos, cuarenta y cinco décimos, nueve milésimos, cuatrocientos veintiocho centésimos, etc.

Conclusiones

La totalidad de la propuesta didáctica que se realiza con estudiantes de 5° y 6° Año Básico en relación con la operatoria con fracciones no será de utilidad si en los niveles anteriores y los posteriores no existe una articulación entre los docentes que imparten la asignatura.

Esta articulación permitirá mejorar los aprendizajes y facilitar el trabajo en los niveles siguientes como por ejemplo factorización, operatoria con números decimales, etc. Un hecho altamente relevante es que dicha articulación dará sentido a la mecánica que se utiliza en la comprensión que han adquirido los estudiantes. En este contexto, los estudiantes adquieren los números primos, que generalmente se ven en forma aislada y no con la profundidad y riqueza que ellos encierran, de igual modo que con el cálculo mental que se utiliza en los primeros años de escolaridad (hay objetivos de aprendizaje para ello), es decir, utilizar lo tratado con anterioridad ya que siempre debe estar al servicio para reutilizarse cuando lo requiera el estudiante.